Berechnung des sicherheitsrelevanten Divergenzwinkels

Die beiden Halbwinkel betragen laut Hersteller 25° und 10°. Alle Ermittlungen werden im **Grad**maß durchgeführt. Einheiten werden **nicht** verwendet!

Die Halbwerts-Halbwinkel betragen also: $hwi0 := 12.5$ $\quad hwi1 := 5$

Um den Strahlenkegel nachzubilden, nutzen wir die "Gaußsche Glockenkurve" in der Gestalt:

0-Ebene:

$$Difkt0(t) := \exp\left[-\left(\frac{t}{hwi0}\right)^2 \cdot \ln(2)\right]$$

Die Funktion ist so "gestrickt", dass beim Halbwinkel der Funktionswert 0.5 beträgt (Herstellerangabe).

Die Halbwinkel sind nun variabel, je nach Stellung φ der Schnittebene durch den Strahl. Es wird eine "Halbwinkel-Ellipse" angenommen. In dem Falle kann jedem φ ein Halbwinkel zugeordnet werden.

Der jeweilige Radius r ergibt sich je nach Winkelstellung φ zu ...

$$r(\varphi) := \sqrt{(hwi0 \cdot \cos(\varphi))^2 + (hwi1 \cdot \sin(\varphi))^2}$$ in grad

Diese Funktion ersetzt die festen Halbwinkelwerte oben. Werden t und r als Winkelstellungen betrachtet mit t=0 für das Strahlzentrum, so gilt in jeder Ebene durch die Strahlachse ...

$$Staerke(t, \varphi) := \exp\left[-\left(\frac{t}{r(\varphi)}\right)^2 \cdot \ln(2)\right]$$

Die gesamte Strahlungsleistung ergibt sich aus dem Raumwinkelintegral dieser Funktion.

$$alles := \int_0^{90} \int_0^{2\cdot\pi} \exp\left[-\left(\frac{t}{r(\varphi)}\right)^2 \cdot \ln(2)\right] d\varphi\, dt$$

Hier nehmen wir an, dass ab t größer/gleich 90° kein sinnvoller Wert der Strahldichte mehr existiert. φ wegen cos/sin() im Bogenmaß!

$$alles = 61.242$$

Wenn "alles" =1 sein soll, dann ist die Leistung

$$Leistung := \frac{\int_0^{90} \int_0^{2\cdot\pi} \exp\left[-\left(\frac{t}{r(\varphi)}\right)^2 \cdot \ln(2)\right] d\varphi\, dt}{alles}$$

Probe:

$$Leistung = 1$$

Wir suchen nun jene Winkelgrenze, innerhalb derer ein vorgegebener Anteil der Strahlungsleistung zu finden ist. Dieser Anteil ist das Raumwinkelintegral von 0 bis zum gesuchten Winkel.

$$\mathrm{Leist2}(\mathrm{wnk}) := \frac{\displaystyle\int_0^{\mathrm{wnk}} \int_0^{2\cdot\pi} \exp\left[-\left(\frac{t}{r(\varphi)}\right)^2 \cdot \ln(2)\right] d\varphi\, dt}{\mathrm{alles}}$$

gegeben (Beipspiele):

$$\mathrm{Leist2}(7.31) = 0.632 \qquad 1 - \frac{1}{e} = 0.632$$

$$\mathrm{Leist2}(12.83) = 0.865 \qquad 1 - \frac{1}{e^2} = 0.865$$

Außer ein Bisschen Probiererei fällt mir dazu nichts ein. Die gefundenen Werte erscheinen mir bei den recht großen und unsymmetrischen Halbwinkeln plausibel. Also:

Im Falle, dass der (halbe) Divergenzwinkel für 63% der gesamten Strahlungsleistung (Raumwinkelintegral über die Strahldichte) gesucht wird, beträgt der halbe Öffnungswinkel rund 7° (Divergenz = 14°)

Im Falle, dass der (halbe) Divergenzwinkel für 87% der gesamten Strahlungsleistung (Raumwinkelintegral über die Strahldichte) gesucht wird, beträgt der halbe Öffnungswinkel rund 13° (Divergenz = 26°)